சுருதி வீணை

சுவாமி விபுலாநந்தர்



கரந்தைத் தமிழ்ச் சங்கம், தஞ்சை

1942

—

உ

சுவாமி விபுலாநந்தர் அவர்கள் எழுதிவரும் தமிழ் இசை யாராய்ச்சிக் கட்டுரைகள் தமிழ்ப் பொழி லின்கண் துணர் பதினறு, மலர் பதினென்றிலிருந்து தொடர்ந்து வெளிவந்துகொண்டிருக்கின்றன.

தமிழ்ப் பொழில் : ஆண்டுவரி ரூபாய் மூன்று.

கரந்தைத் தமிழ்ச் சங்கம்.

N. ramanathan
(513)



Rs 2-00



சிலப்பதிகார காலத்து ஓவியம், அமராவதி நகரிலுள்ளது.
சகோடயாழுருவத்தை இதனுட்காண்க.

சுருதிவீணை.

சுவாமி விபுலாநந்தர்

ஏழ் பெரும்பாலைக்கும் பன்னிருபாலைக்கும் நாம் கணித்துக் கண்ட அலகுநிலைகளை (சுருதிஸ்தானங்களை)க் கருவியிலே பிறப்பிக்கும் வகையை ஆராய்ந்தறியப் புகுவாம்.

தாரம் (*0*), குரல் (*4*), துத்தம் (*8*), கைக்கிளை (**12**), உழை *13*, இளி (*17*), விளரி (*21*) முதற்றானத்து அலகுநிலைகள். இரண்டாந்தானத்து அலகுநிலைகள் '*22*' ஐக் கூட்டிப்பெறப்படுவன. விசு-புரட்டாசித் திங்கட் பொழிலிலே பேரியாழின் நரம்பு நீளங்களைத் தந்தாம். இருதானத்துக்கு முரிய அலகுநிலைகளையும் நரம்புநீளங்களையும் அட்டவணைப்படுத்துவாம்.

நரம்பு	முதற்றானம்		இரண்டாந்தானம்	
	அலகுநிலை	நீளம்	அலகுநிலை	நீளம்
தாரம்	0	81	22	$40\frac{1}{2}$
குரல்	4	72	26	36
துத்தம்	8	64	30	32
கைக்கிளை	12	$56\frac{8}{9}$	34	$28\frac{4}{9}$
உழை	13	54	35	27
இளி	17	48	39	24
விளரி	21	$42\frac{2}{3}$	43	$21\frac{1}{3}$

ஏழ்பெரும்பாலைகளையும் முதலில் நிற்கும் நரம்பின் பிறப்புமுறையாக வைத்து அவைதமக்குரிய அலகுநிலைகளையும் நரம்புநீளங்களையும் எழுதுவாம்.

மேற்செம்பாலை (தாரம்—தாரம்)

0	4	8	12	13	17	21	22
81	72	64	$56\frac{8}{9}$	54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$

அரும்பாலை (உழை—உழை)

13	17	21	22	26	30	34	35
54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32	$28\frac{4}{9}$	27

செம்பாலை (குரல்—குரல்)

4	8	12	13	17	21	22	26
72	64	$56\frac{8}{9}$	54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36

கோடிப்பாலை (இளி—இளி)

17	21	22	26	30	34	35	39
48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32	$28\frac{4}{9}$	27	24

படுமலைப்பாலை (துத்தம்—துத்தம்)

8	12	13	17	21	22	26	30
64	$56\frac{8}{9}$	54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32

விளரிப்பாலை (விளரி—விளரி)

21	22	26	30	34	35	39	43
$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32	$28\frac{4}{9}$	27	24	$21\frac{1}{3}$

செவ்வழிப்பாலை (கைக்கிளை—கைக்கிளை)

12	13	17	21	22	26	30	34
$56\frac{8}{9}$	54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32	$28\frac{4}{9}$

ஏழுபாலைகளின் அலகுநிலைகளை நரம்புநீளங்களையும் ஒத்துநோக்குதற்குத் தொடங்குமிடத்தின் அலகுநிலையினை '0' ஆக்கவேண்டும். இதன் பொருட்டு முதலில் நிற்கும் அலகுநிலை யெண்ணை அங்நிரலிலுள்ள மற்ற எண்களினின்று கழித்தெழுத வேண்டும். மேலும் முதலில் நிற்கும் நீளத்தினால் அங்நிரலிலுள்ள எல்லா நீளங்களையும் பிரிக்க வேண்டும். இவ்விரு செய்கைகளாலும் கிடைத்த முடிபுகளைத் தனித்தனியாக நிறுவுவாம்.

முதல்நரம்புகள்	அலகுநிலைகள்							
தாரம்	0	4	8	12	13	17	21	22
உழை	0	4	8	9	13	17	21	22
குரல்	0	4	8	9	13	17	18	22
இளி	0	4	5	9	13	17	18	22
துத்தம்	0	4	5	9	13	14	18	22
விளரி	0	1	5	9	13	14	18	22
கைக்கிளை	0	1	5	9	10	14	18	22

முதனரம்புகள்	விகிதவெண்கள்							
தாரம்	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{512}{729}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{1}{2}$
உழை	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{1}{2}$
குரல்	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$
இளி	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$
துத்தம்	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{81}{128}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$
விளரி	1	$\frac{243}{256}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{81}{128}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$
கைக்கிளை	1	$\frac{243}{256}$	$\frac{27}{36}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{729}{1024}$	$\frac{81}{128}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$

நட்பலகு நிலைகளாய 9—18—5—14—1—10 என்பன ஒன்றின் பின் ஒன்ருகத் தோற்றுகின்றன. அவைதமக் குரியவாகத் தோற்றும் விசித வெண்கள் முறையே

$$\frac{3}{4} — \frac{9}{16} — \frac{27}{32} — \frac{81}{128} — \frac{243}{256} — \frac{729}{1024}$$ ஆவன.

இவற்றையும் முன்பு நாம் பெற்ற கிளையலகுநிலைகளையும் விகிதவெண் களையும் இரு பத்தியாக நிறுத்துவாம்.

நட்பு		கிளை	
அலகுநிலை	விகிதவெண்	அலகுநிலை	விகிதவெண்
9	3 : 4	13	2 : 3
18	9 : 16	4	8 : 9
5	27 : 32	17	16 : 27
14	81 : 128	8	64 : 81
1	243 : 256	21	128 : 243
10	729 : 1024	12	512 : 729

நட்பு ஒருகோடு அலகுநிலை 9, விகிதம் $\frac{3}{4}$
,, இருகோடு ,, 18 ,, $\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$
,, முக்கோடு ,, 27 ,, $\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$

22 அலகைக் கழித்தால் அதன் விகிதமாகிய $\frac{1}{2}$ இனுற் பிரிக்க வேண்டும். $\frac{1}{2}$ இனுற் பிரிப்பது 2 ஆற் பெருக்குவதாகும். அவ்வாறு செய்து பெற்ற பேறு—

முக்கோடு அலகுநிலை 5 விகிதம் $\frac{27}{32}$
நாற்கோடு ,, 14 ,, $\frac{3}{4}\times\frac{27}{32}=\frac{81}{128}$
ஐங்கோடு ,, 23 ,, $\frac{3}{4}\times\frac{81}{128}=\frac{243}{512}$

முன்பு செய்ததுபோல 22 அலகைக் கழித்தும் விகிதத்தை 2 ஆற் பெருக்கியும் பெற்றபேறு, ஐங்கோடு அலகுநிலை 1 விகிதம் $\frac{243}{256}$.

அறுகோடு அலகுநிலை 10 விகிதம் $\frac{3}{4} \times \frac{243}{256} = \frac{729}{1024}$.

இவ்வாறு மேற்கண்ட நட்புநரம்புகள் பெறும் அலகுநிலையெண்களையும் விகிதங்களையும் நோக்கும்போது இவை 9 அலகைக் கூட்டியும் $\frac{3}{4}$ விகிதத்திறைற் பெருக்கியும் ஒன்றின்பின் ஒன்ருகப் பெறுதற்குரியவென்பதும், 22 அலகைக் கழிக்கவேண்டிய விடத்திலே $\frac{1}{2}$ இறைற் பிரித்தல் (2 ஆற்பெருக்கல்) வேண்டுமென்பதும் பெறப்பட்டன.)

கிளை நரம்புகளின் அலகுநிலையெண்களும் விகிதங்களும் 13 அலகைக் கூட்டியும் $\frac{2}{3}$ விகிதத்திறைற் பெருக்கியும் ஒன்றின்பின் ஒன்ருகப் பெறுதற்குரிய. இங்கும் 22 அலகைக் கழிக்கவேண்டியவிடத்து $\frac{1}{2}$ இறைற் பிரித்தல் (2 ஆற்பெருக்கல்) வேண்டும்.

இம்முறையே எழுகோடு, எண்கோடு, ஒன்பதின்கோடு, பதின்கோடு, பதினென்ருங்கோடு என்பவற்றையும் நட்பினுங் கிளையினும் பிறப்பித்தால் எல்லா அலகுநிலைகளும் பெறப்படுவ. கன்னிப் பாலையிலே கிளையலகுகள் அனைத்தும் வருதலையும், கும்பப்பாலையிலே நட்பலகுகள் அனைத்தும் வருதலையும், மேடத்தில் 9, விருச்சிகத்தில் 18, மிதுனத்தில் 5, மகரத்தில் 14, சிங்கத்தில் 1, மீனத்தில் 10, துலாத்தில் 19, இடபத்தில் 6, தனுவில் 15, கற்கடகத்தில் 2, கும்பத்தில் 11, என்னும் எண்ணுடைய நட்பலகுகள் முறையாகத் தோன்றி நிலைபெறுதலையும் பன்னிரு பாலைகளை ஆராய்ந்த விடத்துக் காட்டினும்.

மேற்செல்லுமுன் ஒன்று நம்மாற் சிந்திக்கற்பாலது. அறுகோட்டிலே நட்புக்கும் கிளைக்கும் நாம் பெற்ற விகிதவெண்கள் அளவிற் பெரியன. மேலுமேலும் விகிதங்களாற் பெருக்கிச் சென்ருல் அவை உளங்கொள்ளுதற்கு இயலாத நீர்மையவாகப் பெருகிவிடுவவாதலின் அவற்றைச் சுருக்குதற்கு ஒரு வழி காணவேண்டும். அது செய்தற்குமுன் நாம் கருத்தில் வைக்கவேண்டிய மற்றொரு முடிபும் உளது. ஒவ்வொரு கோட்டிலும் நிற்கிற நட்பு அலகுநிலைகளையும் கிளை அலகுநிலைகளையும் கூட்டினுல்

$$9+13=22,\ 18+4=22,\ 5+17=22,$$

$$14+8=22,\ 1+21=22,\ 10+12=22,$$

மொத்தம் 22 அலகு ஆகிறது.

ஒவ்வொரு கோட்டிலுமுள்ள நட்பு விகிதத்தையும் கிளை விகிதத்தையும் பெருக்கினுல் என்ன பேறு வருகிறதென்று பார்ப்போம்.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2},\ \frac{9}{16} \times \frac{8}{9} = \frac{1}{2},\ \frac{27}{32} \times \frac{16}{27} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{81}{128} \times \frac{64}{81} = \frac{1}{2},\ \frac{243}{256} \times \frac{128}{243} = \frac{1}{2},\ \frac{729}{1024} \times \frac{512}{729} = \frac{1}{2}$$

ஒவ்வொரு கோட்டுப் பெருக்கலிலும் பெற்றபேறு 22 அலகின் விகித வெண்ணுகிய $\frac{1}{2}$ ஆகும். இது மேல் வருவனவற்றிற்கும் ஒக்கும்.

முதலிலே கிளை எழுகோட்டைப் பிறப்பிப்பாம். கிளை அறுகோட்டு அலகுநிலை 12 விகிதவெண் 512 : 729 ஆதலின்,

அலகுநிலை	விகிதவெண்
$12 + 13 - 22 = 3$	$\frac{2}{3} \times \frac{512}{729} \times \frac{2}{1} = \frac{2048}{2187}$

3 அலகிற்குரிய விகிதவெண் $\frac{2048}{2187}$ எனப் பெறப்பட்டது.

நட்பு எழுகோட்டைப் பிறப்பிப்பதற்கு, அறுகோட்டு அலகுநிலையாகிய 10 இனேடு 9-ஐக் கூட்டியும், அறுகோட்டு விகித வெண்ணுகிய $\frac{729}{1024}$ ஐ $\frac{3}{4}$ இனுற் பெருக்கியும் காணவேண்டும்.

இவ்வாறு செய்துபெற்ற பேறுகளாவன :

அலகுநிலை	விகிதவெண்
19	$\frac{2187}{4096}$

முன்போலவே எழுகோட்டு நட்பு கிளையலகுகளின் மொத்தம் $3 + 19 = 22$. இவற்றினது விகிதவெண்களைப் பெருக்கிப் பெற்றபேறு—

$$\frac{2187}{4096} \times \frac{2048}{2187} = \frac{1}{2}.$$

மேனுட்டார் 3 அலகின் விகிதத்தைச் சிறிது சுருக்கி $\frac{15}{16}$ எனக் கொண்டார். நாம் கணித்துக்கண்ட விகித எண்ணிணை அவர் வழங்கும் எண்ணினுற் பிரிப்போமாக.

$$\frac{2048}{2187} \div \frac{15}{16} = \frac{2048}{2187} \times \frac{16}{15} = \frac{32768}{32805}$$

அங்ஙனமாதலின், $\frac{2048}{2187} \div \frac{32768}{32805} = \frac{15}{16}$.

எந்த எண்ணையாவது '1' என்னும் எண்ணினுற் பெருக்கினுலோ பிரித்தாலோ நின்ற எண்ணின் மதிப்பு வேறுபடாது என அறிவோம். மேலே நாம் பிரித்தற்குக் கைக்கொண்ட எண்ணுனது '1' இனின்று எவ்வளவு வேறுபடுகிறதென்று நோக்குவோம்.

$1 = \frac{32805}{32805}$, குறித்த எண் $\frac{32768}{32805}$, வேறுபாடு $\frac{37}{32805}$.

இவ்வேறுபாடு ஆயிரத்திலொருபாகத்தை அணுகிற்று. ஆதலினுலே குறித்த எண்ணினுலே பெருக்கல் பிரித்தல் செய்தலால் ஏற்படும் பயன் கருவியிலே நரம்பளவுகளை வழுப்படுத்தாது என்பது முடிபாகின்றது.

முன்பு நாம் கிளை 12 அலகுக்குப் பெற்ற விகிதவெண்ணினைக் குறித்த எண்ணினலே பிரிப்போமாக.

$$\frac{512}{729} \div \frac{32768}{32805} = \frac{512}{729} \times \frac{32805}{32768} = \frac{45}{64}.$$

கிளை விகித வெண்களைக் குறித்தவெண்ணினற் பிரித்தோமாதலின் நட்பு விகிதவெண்களைக் குறித்தவெண்ணினற் பெருக்குதல் வேண்டும். 10 அலகுக்கும், 19 அலகுக்கும் நாம் பெற்றவெண்களைக் குறித்த வெண்ணினற் பெருக்குவோமாக.

$$\frac{729}{1024} \times \frac{32768}{32805} = \frac{32}{45}.$$

$$\frac{2187}{4096} \times \frac{32768}{32805} = \frac{8}{15}.$$

அறுகோட்டுக்கும் எழுகோட்டுக்கும் நாம் திருத்திப் பெற்ற விகித எண்களை 'நட்பு', 'கிளை' என்னும் இருபத்தியிலும் வைப்போமாக.

நட்பு		கிளை	
அலகுநிலை.	விகிதவெண்.	அலகுநிலை.	விகிதவெண்.
10	32 : 45	12	45 : 64
19	8 : 15	3	15 : 16

நட்பு 10 ஆம் அலகினின்று 19 ஆம் அலகும், கிளை 12 ஆம் அலகினின்று 3 ஆம் அலகும், முன்னை விதிக்கு இணங்கத் தோன்றுகின்றனவாதலின், ஆறுங்கோட்டு நட்பினை $\frac{32768}{32805}$ ஆற் பெருக்கியும் கிளையினை அவ்வெண்ணினற் பிரித்தும் திருத்தஞ் செய்துகொண்டபின் ஏழாங்கோடு முதற் பதினேராங்கோடுவரையு முள்ள நரம்புகளின் விகிதங்களை விதி முறைப்படி பிறப்பிக்கலாமென்பது பெறப்படுகின்றது. எண்கோடு, ஒன்பதின்கோடு, பதின்கோடு, பதினேராங்கோடுகளையும் விதிப்படி பிறப்பிப்பாம்.

நட்பு		கிளை	
அலகுநிலை.	விகிதவெண்.	அலகுநிலை.	விகிதவெண்.
6	4 : 5	16	5 : 8
15	3 : 5	7	5 : 6
2	9 : 10	20	5 : 9
11	27 : 40	11	20 : 27

'0' என்னும் அலகுநிலை தொடங்குமிடம் இதன் விகிதவெண் 1 : 1, '22' என்னும் அலகுநிலை இரண்டாந்தானம் தொடங்குமிடம் இதன் விகிதவெண் 1 : 2. இவை நட்புக்குங் கிளைக்கும் பொதுவாய் நிற்பன. இவற்றையுஞ் சேர்த்து நட்புநரம்புகளாலாகிய கும்பப்பாலையினும் கிளை நரம்புகளாலாகிய கன்னிப்பாலையினும் நரம்புகளை நிரலாக வைத்து அவை தமது விகிதவெண்களையுந் தருவாம்.

கும்பப்பாலை. (நட்பு)		கன்னிப்பாலை. (கிளை)	
அலகுநிலை	விகிதவெண்	அலகுநிலை	விகிதவெண்
0	1 : 1	0	1 : 1
1	243 : 256	3	15 : 16
2	9 ; 10	4	8 : 9
5	27 : 32	7	5 : 6
6	4 : 5	8	64 : 81
9	3 : 4	11	20 : 27
10	32 : 45	12	45 : 64
11	27 : 40	13	2 : 3
14	81 : 128	16	5 : 8
15	3 : 5	17	16 : 27
18	9 : 16	20	5 : 9
19	8 ; 15	21	128 : 243
22	1 : 2	22	1 : 2

யாழ்க்கருவியின் நரம்புநீளங்களைக் காண்பதற்கு முதலில் நின்ற நரம்பின் நீளத்தினை வைத்து விகிதவெண்களினுலே தனித்தனி பெருக்குதல் வேண்டும்.

வீணைக்கருவிக்கு மெட்டு வைப்பதற்கும் மேருவிலிருந்து நரம்பு தங்கி நிற்குமிடம் வரையுமுள்ள முழுநீளத்தையும் அளந்து அதனை முதல் நரம்பாகக் கொண்டு, யாழ்க்கருவிக்குக் கூறியதுபோல மற்ற நரம்பு நீளங்களைக் கணித்து மெட்டு வைக்கலாம்.

நாம் முன்பு கூறிய பன்னிருபாலைகளுள் எந்தப் பாலையையாயினும் கருவியில் வைக்கலாம். அதினின்று மற்றப் பதினொருபாலையும் பிறக்கும். ஒவ்வொரு பாலையிலுமுள்ள பன்னிரண்டு அலகெண்கள் பன்னிரண்டு இராசிவீட்டைக் குறிப்பன. நாம் விரும்பிய இராசிவீட்டினின்று தொடங்கி மேற்குனத்தில் அந்த வீடுவரையுமுள்ள எண்களை எழுதி

முதலில் நின்ற எண்ணை நிரலிலுள்ள எல்லா எண்களினின்றும் கழித்தால் விரும்பிய பாலையின் உரு வந்தெய்தும். உதாரணமாகக் கும்பப் பாலையினின்றும் கன்னிப்பாலையினின்றும் மிதுனப்பாலையைப் பிறப்பிப்போமாக.

முதற்றானம்	1	2	5	6	9	10	11	14	15	18	19	22
கும்பப்பாலை	மீ	மே	இ	மி	கற்	சி	கன்	து	வி	த	ம	கு
2-ம் தானம்	23	24	27	28	31	32	33	36	37	40	41	44

மிதுனப்பாலை 6 9 10 11 14 15 18 19 22 23 24 27 28

முதலில்நின்ற அலகெண்ணை நிரலிலுள்ள அனைத்திலுங் கழித்தெழுதக் கிடைக்கும் சுத்த உருவம்—

மிதுனப்பாலை 0 3 4 5 8 9 12 13 16 17 18 21 22

முதற்றானம்	3	4	7	8	11	12	13	16	17	20	21	22
கன்னிப்பாலை	து	வி	த	ம	கு	மீ	மே	இ	மி	கற்	சி	கன்
2-ம் தானம்	25	26	29	30	33	34	35	38	39	42	43	44

மிதுனப்பாலை 17 20 21 22 25 26 29 30 33 34 35 38 39

முதலில்நின்ற அலகெண்ணாகிய 17-ஐ நிரலிலுள்ள அனைத்தினும் கழித்தெழுதக் கிடைக்கும் சுத்த உருவம்—

மிதுனப்பாலை 0 3 4 5 8 9 12 13 16 17 18 21 22

இம்முறையே மற்றெந்தப்பாலையும் பிறக்கும். கருவியிலே குறித்த நரம்பினின்று தொடங்கி மேற்றானத்து அந்த நரம்புவரையுமிசைக்க விரும்பிய பாலை பிறக்கும்.

மிதுனப்பாலையை வீணைக்கருவியிலமைக்கவேண்டுமாயின், 9, 18, 5 என்னும் எண்ணுடைய அலகுகளைக் கும்பப் பாலையிலும், ஏனையவற்றைக் கன்னிப்பாலையிலிருந்தும் எடுத்து, அவைதமது விகிதவெண்களைக் கொண்டு நரம்புநீளங்களைக் கணித்து மெட்டு வைத்துக்கொள்ளலாம்.

ஒரே தானத்திலே எல்லாப்பாலைகளையும் எல்லா அலகுநிலைகளை (சுருதிஸ்தானங்களை)யும் காட்டவேண்டுமாயின், கும்பம் கன்னியாகிய இரண்டு பாலைகளையும் ஒருங்கு நிறுத்த வேண்டும். தனிப்பாலையினுருவு கெடாது இரண்டினையும் அணையவைத்து ஒரே ஆதாரசுருதிக்கு இசை கூட்டிய இரண்டு நரம்புகளை யமைத்துக்கொள்ளவேண்டும். இரு நரம்பிலும் அலகுகள் நிற்கும் நிலை இதுவாகும்.

1 2 5 6 9 10 11 14 15 18 19
0 22
3 4 7 8 11 12 13 16 17 20 21

யாழ்க்கருவியிலும், பியானோ முதலிய மேனாட்டுக் கருவிகளிலும் ஒவ்வொரு 'ஸ்வரத்திற்கும்' தனி நரம்பு உளவாகலின் அவற்றை வசதியாகக் கீழே காட்டப்படும் முறையில் நிறுத்தலாம்.

	3		7		11			16		20		
	1		5		9			14		18		
0		4		8		12	13		17		21	22
		2		6		10	11		15		19	

கும்பப்பாலை இரண்டு நிரலிலும், கன்னிப்பாலை இரண்டு நிரலிலும் நிற்பதையும் முதலிற் றோன்றிய ஏழு நரம்புகள் ஒரு நிரலாக நிற்றலையும் நோக்குக.

வீணைக் கருவியிலே மெட்டு வைத்தற்கு எளிதான ஒரு கணிதமுறையினை ஆராய்ந்து காணப் புகுவாம்.

மேருவிலிருந்து நரம்பு தங்குமிடம் வரையுமுள்ள முழு நீளத்தையும் அளந்து இரண்டு சம பங்காகப் பிரித்துக்கொள்ளின் நரம்பின் நடுவிடங் கிடைக்கும். முழுநரம்பிலும் 'ஷட்ஜம்' இசைக்குமாயின், பிற்பாதியிலே மேற்றானத்து 'ஷட்ஜம்' இசைக்கும். மேருவுக்கும் நரம்பின் நடுவுக்கு மிடையேயுள்ள முற்பாதியைப் பன்னிரண்டு சமபங்குகளாகப் பிரித்துக் கொள்வோம். ஒரு பங்கினை ஒருவீடு என்பாம். முழுநரம்பும் இத்தகைய வீடுகள் இருபத்துநான்கிற்குச் சமமாகும். எந்த வீட்டிலே அலகுநிலை பெறுகிறதெனக் காண்பதற்கு அலகின் விகிதவெண்ணினை 24 இனாற் பெருக்கிக் காணவேண்டும். இப்படிப் பெற்றபேறுகளை 24 இனின்று கழித்துப் பெற்றமிச்சங்கள் மேருவிலிருந்து எண்ணுமிடத்து, அலகு நிற்கும் வீட்டினைக் குறிப்பவாகும். இவ்வாறு பெற்ற முடிபுகளை அட்டவணைப் படுத்துவாம்.

கும்பப்பாலை.			கன்னிப்பாலை.		
அலகு	அலகுநிற்கும் வீடு	மேருவிலிருந்து	அலகு	அலகுநிற்கும் வீடு	மேருவிலிருந்து
0	24	0	0	24	0
1	$22\frac{25}{32}$	$1\frac{7}{32}$	3	$22\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
2	$21\frac{3}{5}$	$2\frac{2}{5}$	4	$21\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{3}$
5	$20\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{4}$	7	20	4
6	$19\frac{1}{5}$	$4\frac{4}{5}$	8	$18\frac{26}{27}$	$5\frac{1}{27}$
9	18	6	11	$17\frac{7}{9}$	$6\frac{2}{9}$
10	$17\frac{1}{15}$	$6\frac{14}{15}$	12	$16\frac{7}{8}$	$7\frac{1}{8}$
11	$16\frac{1}{5}$	$7\frac{4}{5}$	13	16	8
14	$15\frac{3}{16}$	$8\frac{13}{16}$	16	15	9
15	$14\frac{2}{5}$	$9\frac{3}{5}$	17	$14\frac{2}{9}$	$9\frac{7}{9}$
18	$13\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$	20	$13\frac{1}{3}$	$10\frac{2}{3}$
19	$12\frac{4}{5}$	$11\frac{1}{5}$	21	$12\frac{52}{81}$	$11\frac{29}{81}$
22	12	12	22	12	12

ஒவ்வொரு பாலையிலுமுள்ள அலகுகளை மேருவிலிருந்து சமவிடையான பன்னிரு வீடுகளிலும் முறையே நிறுத்த அவை நிற்குமிடங்களாவன :—

வீடு	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
கும்பம்	0	1	2	5	6	9	10	11	14	15	18	19	22
கன்னி	0	3	4	7	8	11	12	13	16	17	20	21	22

இவ்வாறு வைக்கப்பட்ட இடத்திலிருந்து ஒவ்வோரலகும் இறங்கி நின்றன. இறக்கம் எவ்வளவென்று கணித்துக் கொண்டால் மெட்டு வைப்பது எளிதாகின்றது. மேருவிலிருந்து நாம் கணித்துக்கண்ட நரம்பு நிலைகளிலிருந்து மேலே குறித்த வீட்டிலக்கங்களைக் கழித்துப் பெறும் மிச்சம் இறக்கமாகும். இவ்வாறு கண்ட இறக்கவெண்களை அட்டவணைப் படுத்துவாம்.

கும்பம்	1	2	5	6	9	10	11	14	15	18	19
இறக்கம்	$\frac{7}{32}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{14}{15}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$
கன்னி	3	4	7	8	11	12	13	16	17	20	21
இறக்கம்	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	$1\frac{1}{27}$	$1\frac{2}{9}$	$1\frac{1}{8}$	1	1	$\frac{7}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{29}{81}$

மேலேகண்ட இறக்க வெண்களை நோக்குமிடத்து நாம் குறிப்பிடுவன:

7, 9, 13, 16	ஆம்	அலகுகள்	1	வீடு	இறங்குவன.
3, 18	,,	,,	$\frac{1}{2}$	,,	,,
5	,,	அலகு	$\frac{3}{4}$	,,	இறங்குவது.
4, 20	,,	அலகுகள்	$\frac{2}{3}$	,,	இறங்குவன.
19	,,	அலகு	$\frac{1}{5}$	,,	இறங்குவது.
2	,,	,,	$\frac{2}{5}$	,,	,,
15	,,	,,	$\frac{3}{5}$	,,	,,
6, 11 (நட்பு)	,,	அலகுகள்	$\frac{4}{5}$	,,	இறங்குவன.

ஒரு வீட்டிலும் அதிகமாக இறங்கும் அலகுகள் மூன்று உள. 8 ஆம் அலகு $1\frac{1}{27}$, 11 (கிளை) யலகு $1\frac{2}{9}$, 12 ஆம் அலகு $1\frac{1}{8}$.

எஞ்சிநின்ற ஐந்து வீடுகளின் இறக்கவெண்களை எளிதில் அளந்து வைக்கத்தக்க நீர்மையவாகப் பாகுபாடு செய்வாம்.

1 ஆம் அலகின் இறக்கம் $\frac{7}{32} = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$.

10 ,, ,, ,, $\frac{14}{15} = \frac{4}{5} + \frac{2}{15}$.

14 ,, ,, ,, $\frac{13}{16} = \frac{3}{4} + \frac{1}{16}$.

17 ,, ,, ,, $\frac{7}{9} = \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$.

21 ,, ,, ,, $\frac{29}{81} = \frac{1}{3} + \frac{2}{81}$.

இவ்வாறு நாம் பெற்ற முடிபுகள் பின்வரும் உரைச்சூத்திரங்களில் அமைந்து நின்றன.

ஏழொன் பதுபதின்மூன் றெய்தும் பதிறும்
தாழுமொரு வீடு தனித்தனியே—வீழுமரை
மூன்றெட்டு மூன்றலகு மூன்றி லிரண்டுபங்கில்
ஆன்றநான் கைந்நான் கறி.

ஐந்திலொன்று பத்தொன்பான் ஐந்தி லிரண்டிரண்டே
ஐந்தினின்மூன் றைம்மூன் றணையுமே—ஐந்திலே
நான்காகும் ஆறும் நவையில்பதி னென்றுநட்பும்
தோன்றுமுக்கா லேந்தின் தொகை.

முக்கால்வீ சத்திரேழ் முன்னுமரைக் கால்வீசம்
தொக்கஅரை வீசத்திற் றேன்றுமுதல்—மிக்கபத்து
முன்னேந் தினில்நான்கும் மூவைந் தினிலிரண்டும்
பின்னகல மன்னுமெனப் பேசு.

முன்னுமொரு வீட்டின்மேல் மூவொன் பதிலொன்று
பன்னுமெட்டி லொன்றென் பதிலிரண்டு—மன்னி
இருநான்கு முந்நான்கும் இன்கிளேபன் னென்றும்
வருதல் இசைநூன் மரபு.

மூன்றி லிரண்டுடனே மும்மூன்றி லொன்றுதள்ளித்
தோன்றும் பதினேழு தோகையே—மூன்றிலொன்றும்
தோற்றுமெண்பத் தொன்றிலிரு தொல்கூறும் தாழ்ந்துவரும்
ஈற்றயலில் நின்ற இசை.

இவ்வாராய்ச்சியின் பெறு பேருகச் சுருதிவீணை யமைக்கும் முறையினைக் கூறப்புகுவாம். முதலிலே இக்காலத்தில் வழங்கப்படும் வீணைக் கருவிக்கு மெட்டு வைக்கும் முறையினை அறிதல்வேண்டும். பன்னிரண்டு சுவரஸ்தானங்களும் ஷட்ஜக்கிராமத்தைக் காட்டுவவாயின், அவை மிதுனப் பாலையிலமைந்து நிற்க வேண்டும். அப்பாலைக்குரிய சுருதிகளாவன :

0 3 4 5 8 9 12 13 16 17 18 21 22

இவை முறையே ஷட்ஜம் 0, சுத்தரிஷபம் 3, சதுசுருதிரிஷபம் 4, சாதாரண காந்தாரம் 5, அந்தரகாந்தாரம் 8, சுத்தமத்திமம் 9, பிரதிமத்திமம் 12, பஞ்சமம் 13, சுத்ததைவதம் 16, சதுசுருதிதைவதம் 17, கைசிகிநிஷாதம் 18, காகலிநிஷாதம் 21 ஆமென முன்னர்க் காட்டினும்.

சதுர்த்தண்டிப் பிரகாசிகை நூலாசிரியராகிய **வேங்கடமகி** சதுசுருதி ரிஷபமுஞ் சதுசுருதிதைவதமுங் கொள்ளாது, பஞ்ச சுருதி ரிஷபமும் பஞ்ச சுருதி தைவதமுங் கற்பித்து, அவை தம்மையே சுத்தகாந்தார சுத்தநிஷாதங் களாகக் கொண்டார். அவர் கற்பித்த சுத்த மேள, மத்யமேள, ரகு நாதேந்திரமேள வீணைகள் இப்பொழுது வழக்கிலில்லை. அவை தனிச் சிறப்புடையன. அவை தம்மை அமைத்தற்குரிய கணித முறைகளை மற்றொரு தருணத்திலே வெளியிடக் கருதி யிருக்கின்றோம். இப்பொழுது நாம் ஆராய்ந்து அறியவேண்டியது வழக்கிலிருக்கும் வீணைக்கருவியேயாம். இது நாம் மேலே காட்டிய சுருதிகளையுடையதாயின், நரம்புநீளங்கள் $1, \frac{15}{16}, \frac{8}{9}, \frac{27}{32}, \frac{64}{81}, \frac{3}{4}, \frac{45}{64}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{16}{27}, \frac{9}{16}, \frac{128}{243}, \frac{1}{2}$ என்னும் முறையாக அமைந்து நிற்க வேண்டும். இக்கணக்கு அமையும் வண்ணம் மெட்டுகளை வைப்பதற்கு எளிதான முறையை மேலே குறிப்பிட்டாம். மேருவிலிருந்து தந்தியின் இயக்க நீளத்தை யளந்து அதன் சரிநடுவிலே தாரஷட்ஜ மெட்டினை வைத்துக்கொள்க. மேருவுக்கும் தாரஷட்ஜ மெட்டுக்கு மிடையேயுள்ள தூரத்தினை, அஃதாவது தந்தியின் இயக்க நீளத்தின் சரிபாதியினைப் பன்னிரண்டு சமபங்கு செய்து கொள்க. இவற்றைப் பன்னிரண்டு வீடுகள் என்பாம். வீடுகளின் எல்லையிலே சுருதியெண்களை நிறுத்தி மேலே உரைச்சூத்திரங்களிற் குறிப்பிட்ட இறக்கத்தின் அளவாகத் தாழ்த்தி மெட்டுகளை வைத்துக் கொள்க. *3, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 18, 21* என்னுஞ் சுருதிகள் முறையே $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 1\frac{1}{27}, 1, 1\frac{1}{8}, 1, 1, \frac{7}{9}, \frac{1}{2}, \frac{29}{81}$ என்னும் அளவான வீடுகள் தாழ்ந்து நிற்பனவென மேலே காட்டினும். தந்தியின் இயக்க நீளம் ஓர் அடியானால் அதிற் பாதியாகிய அரையடி நீளத்திலே மிதுனப்பாலையின் சமவீடுகளும் மெட்டுகளும் அமைந்து நிற்கும் இடங்களை "**மிதுனப்பாலை**" என்னும் படத்திற்காண்க. மேருவுக்கும் தாரஷட்ஜத்திற்குமிடையிலுள்ள மத்திய ஸ்தாயீயின் நரம்பு நீளங்களிலே சரிபாதியே தாரஸ்தாயீ நரம்பு நீளங்களென அறிந்து தாரஸ்தாயீ மெட்டுகளை வைத்துக்கொள்க.

மிதுனப்பாலைக்குக் கைக்கொண்ட முறைபோலவே மற்றெந்தப் பாலைக்கும் வீணையிலே மெட்டுவைத்துக் கொள்ளலாம்,

கும்பப்பாலை, கன்னிப்பாலையாகிய இரண்டு பாலைகளிலும் இருபத் திரண்டு சுருதிகளும் அமைந்து நின்றனவாதலின், ஓரே அளவான இரண்டு தந்திகளுக்கு ஓரே ஆதார சுருதியாக இசை கூட்டி இருபாலை களுக்கும் தனித்தனி ஏற்பட்ட கணக்கின்படி மெட்டுகளை வைத்தால் எல்லாச்சுருதிகளும் தோற்றுவவென்பது வெளிப்படை. அங்ஙனமாயினும் வீணைத்தண்டத்திலே இருவேறு வகையாக மெட்டுகளமைந்து நிற்பது பொருத்தமாகாது. இனி ஒரு தந்தியிலே எல்லாச் சுருதிகளையும் நிறுத்து வது விரல்வைப்பதற்குச் சாத்தியப் படாததாகும். கன்னி கும்பப்பாலை களுக்கு இடையேயுள்ள இயைபு நமக்கு மற்றொரு வழியைப் புலப்படுத்து கின்றது. இருபாலைக்குமுள்ள சுருதிகளின் நரம்பு நீள விகிதவெண்களை நிரலாக வைத்து நோக்குவோமாக.

கும்பம்	$\frac{243}{256}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{32}{45}$	$\frac{27}{40}$	$\frac{81}{128}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{8}{15}$
கன்னி	$\frac{15}{16}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{20}{27}$	$\frac{45}{64}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{128}{243}$

கும்பப்பாலையின் நரம்புநீள விகிதவெண்கள் ஒவ்வொன்றினையும் பிரமாணசுருதியின் நரம்புநீள விகிதவெண்ணாகிய $\frac{80}{81}$ இனால் தனித்தனி பெருக்கக்கிடைப்பன :

$$\frac{243}{256} \times \frac{80}{81} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{27}{32} \times \frac{80}{81} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{80}{81} = \frac{20}{27}$$

$$\frac{27}{40} \times \frac{80}{81} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{80}{81} = \frac{16}{27}$$

$$\frac{8}{15} \times \frac{80}{81} = \frac{128}{243}$$

$$\frac{9}{10} \times \frac{80}{81} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{80}{81} = \frac{64}{81}$$

$$\frac{32}{45} \times \frac{80}{81} = \frac{512}{729}$$

$$\frac{81}{128} \times \frac{80}{81} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{9}{16} \times \frac{80}{81} = \frac{5}{9}$$

பெருக்கிப்பெற்ற பேறுகள் கன்னிப்பாலையின் நரம்புநீள விகிதவெண்களாக நிற்கக் காண்கிறோம் ($\frac{45}{64}$, $\frac{512}{729}$ தம்முள் ஒப்பனவென்பதை மேலே காட்டினும்). அங்ஙனமாதலின், பிரமாணசுருதியை ஏற்றினால் கும்பப் பாலையிலே கன்னிப்பாலை பிறக்குமென்பது தெளிவாகின்றது.

ஆதலினாலே சுருதிவீணையமைப்பதற்கு மெட்டுகளைக் கும்பப்பாலையாக வைக்கவேண்டும். இதற்குரிய நரம்புநீளவிகிதவெண்கள், இறக்கங்கள் என்னுமிவை மேலே தரப்பட்டன. தந்தியின் இயக்கநீளம் ஓர் அடியானால் அதிற் பாதியாகிய அரையடி நீளத்திலே கும்பப்பாலையின் சம வீடுகளும் மெட்டுகளும் அமைந்து நிற்கும் இடங்களைக் "கும்பப்பாலை" என்னும் படத்திற்காண்க. மேருவுக்கும் தாரஷட்ஜத்திற்குமிடையிலுள்ள மத்திய ஸ்தாயீயின் நரம்பு நீளங்களிலே சரிபாதியே தாரஸ்தாயீ நரம்பு நீளங்களெனவறிந்து தாரஸ்தாயீ மெட்டுகளை வைத்துக் கொள்க

மிதுனப்பாலை		கும்பப்பாலை	
வீடு	மெட்டு	வீடு	மெட்டு
0	0	0	0
3	3	1	1
4	4	2	2
5	5	5	5
8	8	6	6
9	9	9	9
12	12	10	10
13	13	11	11
16	16	14	14
17	17	15	15
18	18	18	18
21	21	19	19
22	22	22	22

கும்பப்பாலையின்மீது கட்டப்பட்ட எஃகுத் தந்தியை ஆதார ஷட்ஜமாக இசை கூட்டுக. அதன்பின் அதேகனமான மற்றோர் எஃகுத் தந்தியினை மேலே அடுத்துக் கட்டி ஆதாரஷட்ஜத்தின்மேல் பிரமாண சுருதி ஏற்றி இசை கூட்டுக. இது செய்யும் மார்க்கத்தினை விளக்குவாம். கீழே காட்டியிருக்கும் வண்ணமாக இருபாலையிலும் சுருதிகள் நிற்கின்றன.

கன்னி		3	4	7	8	11	12	13	16	17	20	21	
கும்பம்	0	1	2	5	6	9	10	11	14	15	18	19	22

கன்னிப்பாலைத் தந்தியினை *13*-ஆம் சுருதி நிற்கும் மெட்டிலே அழுத்திக் கும்பப்பாலையில் நிற்கும் ஷட்ஜத்திற்குப் பஞ்சமம் இசைக்கும்படி செய்க. அப்படிச் செய்தபின் கன்னிப்பாலையின் தந்தி கும்பப்பாலையின் தந்தியினும் பார்க்கப் பிரமாண சுருதி ஏற்றமாக இசை கூடி நிற்கக் காணலாம். இவ்வாறு இசைகூட்டியபின் இரு தந்திகளிலும் எல்லாச் சுருதிகளும் அமைந்து நிற்பன.

"0", *"22"* கும்பப்பாலையில் இசைக்கப் படுவன வென்பது வெளிப்படை. *"11"* என்னும் எண்ணுடைய சுருதி கன்னியிலே கிளையிற் பிறப்பாகவும், கும்பத்திலே நட்பிற்பிறப்பாகவும் தோன்றி இருவேறு மதிப்புப் பெறுவது. கும்பப்பாலை *11* முதல் கன்னிப்பாலை *11* வரை வாதி சம்வாதியாக இருபத்திரண்டு சுருதிகளும் இசைந்து நிற்பதைக் கீழே காட்டியவண்ணம் இவ்விரண்டாக இசைத்துக் காணலாம். (கும்பம்) *11—2, 2—15, 15—6, 6—19, 19—10, 10—1, 1—14, 14—5, 5—18, 18—9, 9—0, 0—13, 13—4, 4—17, 17—8, 8—21, 21—12, 12—3, 3—16, 16—7, 7—20, 20—11* (கன்னி).

சுருதிகளை ஏற்றபெற்றி எடுத்தலினாலே சுருதிவீணையிலே பன்னிரு பாலையிலே விரும்பிய எந்தப் பாலையினையுங் காட்டலாம்.

மத்தியஸ்தாயீயின் நரம்புநீளங்களிற் சரிபாதியே தாரஸ்தாயீ நரம்பு நீளங்களெனவறிந்து தாரஸ்தாயீ மெட்டுக்களை வைத்துக் கொள்ளலாமென மேலே காட்டினம். இனி ஒரே கனமான பித்தளைக் கம்பிகள் இரண்டினைக் கட்டி ஒன்றினை மந்தரஷட்ஜமாகவும் மற்றதனை மந்தரஷட்ஜத்தின் மேற் பிரமாண சுருதி ஏற்றமாக நிற்கவும் இசைகூட்டி மந்தரஸ்தாயீயிலே இருபத்திரண்டு சுருதிகளையும் பெற்றுக்கொள்க. இவ்வாறு எல்லாச் சுருதிகளும் மந்தரம், மத்திமம், தாரம் என்னும் மூன்று ஸ்தாயீகளிலும் பெறப்பட்டன.



தஞ்சைக் கூட்டுறவு மின்னியக்கப் பதிப்பகம், கரந்தை.

சுருதி வீணை

சுவாமி விபுலாநந்தர்



கரந்தைத் தமிழ்ச் சங்கம், தஞ்சை

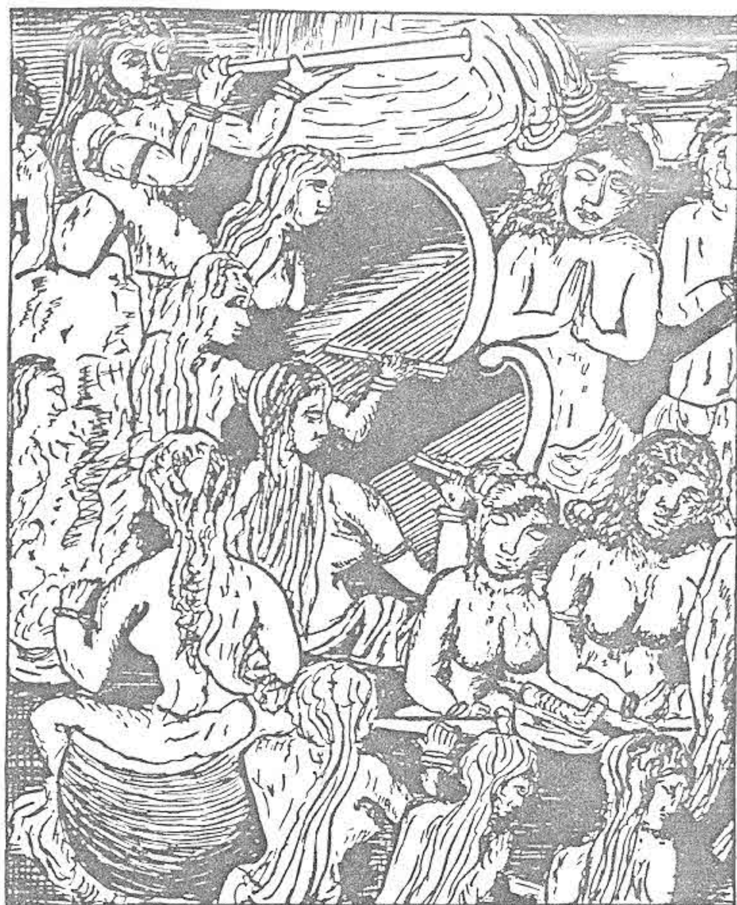
1942

உ

சுவாமி விபுலாநந்தர் அவர்கள் எழுதிவரும் தமிழ் இசை யாராய்ச்சிக் கட்டுரைகள் தமிழ்ப் பொழி லின்கண் துணர் பதினாறு, மலர் பதினொன்றிலிருந்து தொடர்ந்து வெளிவந்துகொண்டிருக்கின்றன.

தமிழ்ப் பொழில் : ஆண்டுவரி ரூபாய் மூன்று.

கரந்தைத் தமிழ்ச் சங்கம்.



சிலப்பதிகார காலத்து ஓவியம், அமராவதி நகரிலுள்ளது.
சகோடயாழுருவத்தை இதனுட்காண்க.

சுருதிவீணை.

சுவாமி விபுலாநந்தர்

ஏழ் பெரும்பாலைக்கும் பன்னிருபாலைக்கும் நாம் கணித்துக் கண்ட அலகுநிலைகளை (சுருதிஸ்தானங்களை)க் கருவியிலே பிறப்பிக்கும் வகையை ஆராய்ந்தறியப் புகுவாம்.

தாரம் (0), குரல் (4), துத்தம் (8), கைக்கிளை (12), உழை 13, இளி (17), விளரி (21) முதற்றானத்து அலகுநிலைகள். இரண்டாந்தானத்து அலகுநிலைகள் '22'ஐக் கூட்டிப்பெறப்படுவன. விசு-புரட்டாசித் திங்கட் பொழிலிலே பேரியாழின் நரம்பு நீளங்களைத் தந்தாம். இருதானத்துக்குமுரிய அலகுநிலைகளையும் நரம்புநீளங்களையும் அட்டவணைப்படுத்துவாம்.

நரம்பு	முதற்றானம்		இரண்டாந்தானம்	
	அலகுநிலை	நீளம்	அலகுநிலை	நீளம்
தாரம்	0	81	22	$40\frac{1}{2}$
குரல்	4	72	26	36
துத்தம்	8	64	30	32
கைக்கிளை	12	$56\frac{8}{9}$	34	$28\frac{4}{9}$
உழை	13	54	35	27
இளி	17	48	39	24
விளரி	21	$42\frac{2}{3}$	43	$21\frac{1}{3}$

ஏழ்பெரும்பாலைகளையும் முதலில் நிற்கும் நரம்பின் பிறப்புமுறையாக வைத்து அவைதமக்குரிய அலகுநிலைகளையும் நரம்புநீளங்களையும் எழுதுவாம்.

மேற்செம்பாலை (தாரம்—தாரம்)

0	4	8	12	13	17	21	22
81	72	64	$56\frac{5}{9}$	54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$

அரும்பாலை (உழை—உழை)

13	17	21	22	26	30	34	35
54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32	$28\frac{4}{9}$	27

செம்பாலை (குரல்—குரல்)

4	8	12	13	17	21	22	26
72	64	$56\frac{8}{9}$	54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36

கோடிப்பாலை (இளி—இளி)

17	21	22	26	30	34	35	39
48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32	$28\frac{4}{9}$	27	24

படுமலைப்பாலை (துத்தம்—துத்தம்)

8	12	13	17	21	22	26	30
64	$56\frac{8}{9}$	54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32

விளரிப்பாலை (விளரி—விளரி)

21	22	26	30	34	35	39	43
$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32	$28\frac{4}{9}$	27	24	$21\frac{1}{3}$

செவ்வழிப்பாலை (கைக்கிளை—கைக்கிளை)

12	13	17	21	22	26	30	34
$56\frac{8}{9}$	54	48	$42\frac{2}{3}$	$40\frac{1}{2}$	36	32	$28\frac{4}{9}$

ஏழுபாலைகளின் அலகுநிலைகளை நரம்புநீளங்களையும் ஒத்துநோக்கு தற்குத் தொடங்குமிடத்தின் அலகுநிலையினை '0' ஆக்கவேண்டும். இதன் பொருட்டு முதலில் நிற்கும் அலகுநிலை யெண்ணை அந்நிரலிலுள்ள மற்ற எண்களினின்று கழித்தெழுத வேண்டும். மேலும் முதலில் நிற்கும் நீளத்தினுல் அந்நிரலிலுள்ள எல்லா நீளங்களையும் பிரிக்க வேண்டும். இவ்விரு செய்கைகளாலும் கிடைத்த முடிபுகளைத் தனித்தனியாக நிறுவுவாம்.

முதல்நரம்புகள்	அலகுநிலைகள்							
தாரம்	0	4	8	12	13	17	21	22
உழை	0	4	8	9	13	17	21	22
குரல்	0	4	8	9	13	17	18	22
இளி	0	4	5	9	13	17	18	22
துத்தம்	0	4	5	9	13	14	18	22
விளரி	0	1	5	9	13	14	18	22
கைக்கிளை	0	1	5	9	10	14	18	22

முதனரம்புகள்	விகிதவெண்கள்							
தாரம்	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{512}{729}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{1}{2}$
உழை	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{128}{243}$	$\frac{1}{2}$
குரல்	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$
இளி	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$
துத்தம்	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{81}{128}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$
விளரி	1	$\frac{243}{256}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{81}{128}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$
கைக்கிளை	1	$\frac{243}{256}$	$\frac{27}{36}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{729}{1024}$	$\frac{81}{128}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{2}$

நட்பலகு நிலைகளாய 9—18—5—14—1—10 என்பன ஒன்றின் பின் ஒன்றாகத் தோற்றுகின்றன. அவைதமக் குரியவாகத் தோற்றும் விசித வெண்கள் முறையே

$$\frac{3}{4} — \frac{9}{16} — \frac{27}{32} — \frac{81}{128} — \frac{243}{256} — \frac{729}{1024}$$ ஆவன.

இவற்றையும் முன்பு நாம் பெற்ற கிளையலகுநிலைகளையும் விகிதவெண்களையும் இரு பத்தியாக நிறுத்துவாம்.

நட்பு		கிளை	
அலகுநிலை	விகிதவெண்	அலகுநிலை	விகிதவெண்
9	3 : 4	13	2 : 3
18	9 : 16	4	8 : 9
5	27 : 32	17	16 : 27
14	81 : 128	8	64 : 81
1	243 : 256	21	128 : 243
10	729 : 1024	12	512 : 729

நட்பு ஒருகோடு அலகுநிலை 9, விகிதம் $\frac{3}{4}$

,, இருகோடு ,, 18 ,, $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

,, முக்கோடு ,, 27 ,, $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$

22 அலகைக் கழித்தால் அதன் விகிதமாகிய $\frac{1}{2}$ இனுற் பிரிக்க வேண்டும். $\frac{1}{2}$ இனுற் பிரிப்பது 2 ஆற் பெருக்குவதாகும். அவ்வாறு செய்து பெற்ற பேறு—

முக்கோடு அலகுநிலை 5 விகிதம் $\frac{27}{32}$

நாற்கோடு ,, 14 ,, $\frac{3}{4} \times \frac{27}{32} = \frac{81}{128}$

ஐங்கோடு ,, 23 ,, $\frac{3}{4} \times \frac{81}{128} = \frac{243}{512}$

முன்பு செய்ததுபோல 22 அலகைக் கழித்தும் விகிதத்தை 2 ஆற் பெருக்கியும் பெற்றபேறு, ஐங்கோடு அலகுநிலை 1 விகிதம் $\frac{243}{256}$.

அறுகோடு அலகுநிலை 10 விகிதம் $\frac{3}{4}\times\frac{243}{256}=\frac{729}{1024}$.

இவ்வாறு மேற்கண்ட நட்புநரம்புகள் பெறும் அலகுநிலையெண்களையும் விகிதங்களையும் நோக்கும்போது இவை 9 அலகைக் கூட்டியும் $\frac{3}{4}$ விகிதத்தினுற் பெருக்கியும் ஒன்றின்பின் ஒன்ருகப் பெறுதற்குரியவென்பதும், 22 அலகைக் கழிக்கவேண்டிய விடத்திலே $\frac{1}{2}$ இனுற் பிரித்தல் (2 ஆற்பெருக்கல்) வேண்டுமென்பதும் பெறப்பட்டன.)

கிளை நரம்புகளின் அலகுநிலையெண்களும் விகிதங்களும் 13 அலகைக் கூட்டியும் $\frac{2}{3}$ விகிதத்தினுற் பெருக்கியும் ஒன்றின்பின் ஒன்ருகப் பெறுதற்குரிய. இங்கும் 22 அலகைக் கழிக்கவேண்டியவிடத்து $\frac{1}{2}$ இனுற் பிரித்தல் (2 ஆற்பெருக்கல்) வேண்டும்.

இம்முறையே எழுகோடு, எண்கோடு, ஒன்பதின்கோடு, பதின்கோடு, பதினென்ருங்கோடு என்பவற்றையும் நட்பினுங் கிளையினும் பிறப்பித்தால் எல்லா அலகுநிலைகளும் பெறப்படுவ. கன்னிப் பாலையிலே கிளையலகுகள் அனைத்தும் வருதலையும், கும்பப்பாலையிலே நட்பலகுகள் அனைத்தும் வருதலையும், மேடத்தில் 9, விருச்சிகத்தில் 18, மிதுனத்தில் 5, மகரத்தில் 14, சிங்கத்தில் 1, மீனத்தில் 10, துலாத்தில் 19, இடபத்தில் 6, தனுவில் 15, கற்கடகத்தில் 2, கும்பத்தில் 11, என்னும் எண்ணுடைய நட்பலகுகள் முறையாகத் தோன்றி நிலைபெறுதலையும் பன்னிரு பாலைகளை ஆராய்ந்தவிடத்துக் காட்டினும்.

மேற்செல்லுமுன் ஒன்று நம்மாற் சிந்திக்கற்பாலது. அறுகோட்டிலே நட்புக்கும் கிளைக்கும் நாம் பெற்ற விகிதவெண்கள் அளவிற் பெரியன. மேலுமேலும் விகிதங்களாற் பெருக்கிச் சென்ருல் அவை உளங்கொள்ளுதற்கு இயலாத நீர்மையவாகப் பெருகிவிடுவவாதலின் அவற்றைச் சுருக்குதற்கு ஒரு வழி காணவேண்டும். அது செய்தற்குமுன் நாம் கருத்தில் வைக்கவேண்டிய மற்ருெரு முடிபும் உளது. ஒவ்வொரு கோட்டிலும் நிற்கிற நட்பு அலகுநிலைகளையும் கிளை அலகுநிலைகளையும் கூட்டினல்

$9+13=22,\ 18+4=22,\ 5+17=22,$

$14+8=22,\ 1+21=22,\ 10+12=22,$

மொத்தம் 22 அலகு ஆகிறது.

ஒவ்வொரு கோட்டிலுமுள்ள நட்பு விகிதத்தையும் கிளை விகிதத்தையும் பெருக்கினல் என்ன பேறு வருகிறதென்று பார்ப்போம்.

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2},\ \ \frac{9}{16}\times\frac{8}{9}=\frac{1}{2},\ \ \frac{27}{32}\times\frac{16}{27}=\frac{1}{2}$

$\frac{81}{128}\times\frac{64}{81}=\frac{1}{2},\ \ \frac{243}{256}\times\frac{128}{243}=\frac{1}{2},\ \ \frac{729}{1024}\times\frac{512}{729}=\frac{1}{2}$

ஒவ்வொரு கோட்டுப் பெருக்கலிலும் பெற்றபேறு *22* அலகின் விகித வெண்ணுகிய $\frac{1}{2}$ ஆகும். இது மேல் வருவனவற்றிற்கும் ஒக்கும்.

முதலிலே கிளை எழுகோட்டைப் பிறப்பிப்பாம். கிளை அறுகோட்டு அலகுநிலை *12* விகிதவெண் *512 : 729* ஆதலின்,

அலகுநிலை	விகிதவெண்
$12 + 13 - 22 = 3$	$\frac{2}{3} \times \frac{512}{729} \times \frac{2}{1} = \frac{2048}{2187}$

3 அலகிற்குரிய விகிதவெண் $\frac{2048}{2187}$ எனப் பெறப்பட்டது.

நட்பு எழுகோட்டைப் பிறப்பிப்பதற்கு, அறுகோட்டு அலகுநிலையாகிய *10* இனோடு *9*-ஐக் கூட்டியும், அறுகோட்டு விகித வெண்ணுகிய $\frac{729}{1024}$ ஐ $\frac{3}{4}$ இனுற் பெருக்கியும் காணவேண்டும்.

இவ்வாறு செய்துபெற்ற பேறுகளாவன :

அலகுநிலை	விகிதவெண்
19	$\frac{2187}{4096}$

முன்போலவே எழுகோட்டு நட்பு கிளையலகுகளின் மொத்தம் $3 + 19 = 22$. இவற்றினது விகிதவெண்களைப் பெருக்கிப் பெற்றபேறு—

$$\frac{2187}{4096} \times \frac{2048}{2187} = \frac{1}{2}.$$

மேனுட்டார் *3* அலகின் விகிதத்தைச் சிறிது சுருக்கி $\frac{15}{16}$ எனக் கொண்டார். நாம் கணித்துக்கண்ட விகித எண்ணினை அவர் வழங்கும் எண்ணினுற் பிரிப்போமாக.

$$\frac{2048}{2187} \div \frac{15}{16} = \frac{2048}{2187} \times \frac{16}{15} = \frac{32768}{32805}$$

அங்ஙனமாதலின், $\frac{2048}{2187} \div \frac{32768}{32805} = \frac{15}{16}$.

எந்த எண்ணையாவது *‘1’* என்னும் எண்ணினுற் பெருக்கினுலோ பிரித்தாலோ நின்ற எண்ணின் மதிப்பு வேறுபடாது என அறிவோம். மேலே நாம் பிரித்தற்குக் கைக்கொண்ட எண்ணுனது *‘1’* இனின்று எவ்வளவு வேறுபடுகிறதென்று நோக்குவோம்.

$1 = \frac{32805}{32805}$, குறித்த எண் $\frac{32768}{32805}$, வேறுபாடு $\frac{37}{32805}$.

இவ்வேறுபாடு ஆயிரத்திலொருபாகத்தை அணுகிற்று. ஆதலினுலே குறித்த எண்ணினுலே பெருக்கல் பிரித்தல் செய்தலால் ஏற்படும் பயன் கருவியிலே நரம்பளவுகளை வழுப்படுத்தாது என்பது முடிபாகின்றது.

முன்பு நாம் கிளை 12 அலகுக்குப் பெற்ற விகிதவெண்ணினைக் குறித்த எண்ணினலே பிரிப்போமாக.

$$\frac{512}{729} \div \frac{32768}{32805} = \frac{512}{729} \times \frac{32805}{32768} = \frac{45}{64}.$$

கிளை விகித வெண்களைக் குறித்தவெண்ணினற் பிரித்தோமாதலின் நட்பு விகிதவெண்களைக் குறித்தவெண்ணினற் பெருக்குதல் வேண்டும். 10 அலகுக்கும், 19 அலகுக்கும் நாம் பெற்றவெண்களைக் குறித்த வெண்ணினற் பெருக்குவோமாக.

$$\frac{729}{1024} \times \frac{32768}{32805} = \frac{32}{45}.$$

$$\frac{2187}{4096} \times \frac{32768}{32805} = \frac{8}{15}.$$

அறுகோட்டுக்கும் எழுகோட்டுக்கும் நாம் திருத்திப் பெற்ற விகித எண்களை 'நட்பு', 'கிளை' என்னும் இருபத்தியிலும் வைப்போமாக.

நட்பு		கிளை	
அலகுநிலை.	விகிதவெண்.	அலகுநிலை.	விகிதவெண்.
10	32 : 45	12	45 : 64
19	8 : 15	3	15 : 16

நட்பு 10 ஆம் அலகினின்று 19 ஆம் அலகும், கிளை 12 ஆம் அலகினின்று 3 ஆம் அலகும், முன்னை விதிக்கு இணங்கத் தோன்றுகின்றனவாதலின், ஆறுங்கோட்டு நட்பினை $\frac{32768}{32805}$ ஆற் பெருக்கியும் கிளையினை அவ்வெண்ணினற் பிரித்தும் திருத்தஞ் செய்துகொண்டபின் ஏழாங்கோடு முதற் பதினேராங்கோடுவரையு முள்ள நரம்புகளின் விகிதங்களை விதி முறைப்படி பிறப்பிக்கலாமென்பது பெறப்படுகின்றது. எண்கோடு, ஒன்பதின்கோடு, பதின்கோடு, பதினேராங்கோடுகளையும் விதிப்படி பிறப்பிப்பாம்.

நட்பு		கிளை	
அலகுநிலை.	விகிதவெண்.	அலகுநிலை.	விகிதவெண்.
6	4 : 5	16	5 : 8
15	3 : 5	7	5 : 6
2	9 : 10	20	5 : 9
11	27 : 40	11	20 : 27

'0' என்னும் அலகுநிலை தொடங்குமிடம் இதன் விகிதவெண் 1 : 1, '22' என்னும் அலகுநிலை இரண்டாந்தானம் தொடங்குமிடம் இதன் விகிதவெண் 1 : 2. இவை நட்புக்குங் கிளைக்கும் பொதுவாய் நிற்பன. இவற்றையுஞ் சேர்த்து நட்புநரம்புகளாலாகிய கும்பப்பாலையினும் கிளை நரம்புகளாலாகிய கன்னிப்பாலையினும் நரம்புகளை நிரலாக வைத்து அவை தமது விகிதவெண்களையுந் தருவாம்.

கும்பப்பாலை. (நட்பு)		கன்னிப்பாலை. (கிளை)	
அலகுநிலை	விகிதவெண்	அலகுநிலை	விகிதவெண்
0	1 : 1	0	1 : 1
1	243 : 256	3	15 : 16
2	9 ; 10	4	8 : 9
5	27 : 32	7	5 : 6
6	4 : 5	8	64 : 81
9	3 : 4	11	20 : 27
10	32 : 45	12	45 : 64
11	27 : 40	13	2 : 3
14	81 : 128	16	5 : 8
15	3 : 5	17	16 : 27
18	9 : 16	20	5 : 9
19	8 ; 15	21	128 : 243
22	1 : 2	22	1 : 2

யாழ்க்கருவியின் நரம்புநீளங்களைக் காண்பதற்கு முதலில் நின்ற நரம்பின் நீளத்தினை வைத்து விகிதவெண்களினுலே தனித்தனி பெருக்குதல் வேண்டும்.

வீணைக்கருவிக்கு மெட்டு வைப்பதற்கும் மேருவிலிருந்து நரம்பு தங்கி நிற்குமிடம் வரையுமுள்ள முழுநீளத்தையும் அளந்து அதனை முதல் நரம்பாகக் கொண்டு, யாழ்க்கருவிக்குக் கூறியதுபோல மற்ற நரம்பு நீளங்களைக் கணித்து மெட்டு வைக்கலாம்.

நாம் முன்பு கூறிய பன்னிருபாலைகளுள் எந்தப் பாலையையாயினும் கருவியில் வைக்கலாம். அதினின்று மற்றப் பதினொருபாலையும் பிறக்கும். ஒவ்வொரு பாலையிலுமுள்ள பன்னிரண்டு அலகெண்கள் பன்னிரண்டு இராசிவீட்டைக் குறிப்பன. நாம் விரும்பிய இராசிவீட்டினின்று தொடங்கி மேற்முனத்தில் அந்த வீடுவரையுமுள்ள எண்களை எழுதி

முதலில் நின்ற எண்ணை நிரலிலுள்ள எல்லா எண்களினின்றும் கழித்தால் விரும்பிய பாலையின் உரு வந்தெய்தும். உதாரணமாகக் கும்பப் பாலையினின்றும் கன்னிப்பாலையினின்றும் மிதுனப்பாலையைப் பிறப்பிப்போமாக.

முதற்றானம்	1	2	5	6	9	10	11	14	15	18	19	22
கும்பப்பாலை	மீ	மே	இ	மி	கற்	சி	கன்	து	வி	த	ம	கு
2-ம் தானம்	23	24	27	28	31	32	33	36	37	40	41	44

மிதுனப்பாலை 6 9 10 11 14 15 18 19 22 23 24 27 28

முதலில்நின்ற அலகெண்ணை நிரலிலுள்ள அனைத்திலுங் கழித்தெழுதக் கிடைக்கும் சுத்த உருவம்—

மிதுனப்பாலை 0 3 4 5 8 9 12 13 16 17 18 21 22

முதற்றானம்	3	4	7	8	11	12	13	16	17	20	21	22
கன்னிப்பாலை	து	வி	த	ம	கு	மீ	மே	இ	மி	கற்	சி	கன்
2-ம் தானம்	25	26	29	30	33	34	35	38	39	42	43	44

மிதுனப்பாலை 17 20 21 22 25 26 29 30 33 34 35 38 39

முதலில்நின்ற அலகெண்ணுகிய 17-ஐ நிரலிலுள்ள அனைத்தினும் கழித்தெழுதக் கிடைக்கும் சுத்த உருவம்—

மிதுனப்பாலை 0 3 4 5 8 9 12 13 16 17 18 21 22

இம்முறையே மற்றெந்தப்பாலையும் பிறக்கும். கருவியிலே குறித்த நரம்பினின்று தொடங்கி மேற்றானத்து அந்த நரம்புவரையுமிசைக்க விரும்பிய பாலை பிறக்கும்.

மிதுனப்பாலையை வீணைக்கருவியிலமைக்கவேண்டுமாயின், 9, 18, 5 என்னும் எண்ணுடைய அலகுகளைக் கும்பப் பாலையிலும், ஏனையவற்றைக் கன்னிப்பாலையிலிருந்தும் எடுத்து, அவைதமது விகிதவெண்களைக் கொண்டு நரம்புநீளங்களைக் கணித்து மெட்டு வைத்துக்கொள்ளலாம்.

ஒரே தானத்திலே எல்லாப்பாலைகளையும் எல்லா அலகுநிலைகளை (சுருதிஸ்தானங்களை)யும் காட்டவேண்டுமாயின், கும்பம் கன்னியாகிய இரண்டு பாலைகளையும் ஒருங்கு நிறுத்த வேண்டும். தனிப்பாலையினுருவு கெடாது இரண்டினையும் அணையவைத்து ஒரே ஆதாரசுருதிக்கு இசைகூட்டிய இரண்டு நரம்புகளை யமைத்துக்கொள்ளவேண்டும். இரு நரம்பிலும் அலகுகள் நிற்கும் நிலை இதுவாகும்.

1 2 5 6 9 10 11 14 15 18 19

0 22

3 4 7 8 11 12 13 16 17 20 21

யாழ்க்கருவியிலும், பியானோ முதலிய மேனாட்டுக் கருவிகளிலும் ஒவ்வொரு 'ஸ்வரத்திற்கும்' தனி நரம்பு உளவாகலின் அவற்றை வசதியாகக் கீழே காட்டப்படும் முறையில் நிறுத்தலாம்.

```
                                              16        20
     3     7      11                          14        18
     1     5       9
  0     4      8       12       13        17         21  22
     2      6       10       11         15         19
```

கும்பப்பாலை இரண்டு நிரலிலும், கன்னிப்பாலை இரண்டு நிரலிலும் நிற்பதையும் முதலிற் றோன்றிய ஏழு நரம்புகள் ஒரு நிரலாக நிற்றலையும் நோக்குக.

வீணைக் கருவியிலே மெட்டு வைத்தற்கு எளிதான ஒரு கணிதமுறையினை ஆராய்ந்து காணப் 'புகுவாம்.

மேருவிலிருந்து நரம்பு தங்குமிடம் வரையுமுள்ள முழு நீளத்தையும் அளந்து இரண்டு சம பங்காகப் பிரித்துக்கொள்ளின் நரம்பின் நடுவிடங் கிடைக்கும். முழுநரம்பிலும் 'ஷட்ஜம்' இசைக்குமாயின், பிற்பாதியிலே மேற்றானத்து 'ஷட்ஜம்' இசைக்கும். மேருவுக்கும் நரம்பின் நடுவுக்கு மிடையேயுள்ள முற்பாதியைப் பன்னிரண்டு சமபங்குகளாகப் பிரித்துக் கொள்வோம். ஒரு பங்கினை ஒருவீடு என்பாம். முழுநரம்பும் இத்தகைய வீடுகள் இருபத்துநான்கிற்குச் சமமாகும். எந்த வீட்டிலே அலகுநிலை பெறுகிறதெனக் காண்பதற்கு அலகின் விகிதவெண்ணினை 24 இனாற் பெருக்கிக் காணவேண்டும். இப்படிப் பெற்றபேறுகளை 24 இனின்று கழித்துப் பெற்றமிச்சங்கள் மேருவிலிருந்து எண்ணுமிடத்து, அலகு நிற்கும் வீட்டினைக் குறிப்பவாகும். இவ்வாறு பெற்ற முடிபுகளை அட்டவணைப் படுத்துவாம்.

கும்பப்பாலை.

அலகு	அலகுநிற்கும் வீடு	மேருவிலிருந்து
0	24	0
1	$22\frac{25}{32}$	$1\frac{7}{32}$
2	$21\frac{3}{5}$	$2\frac{2}{5}$
5	$20\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{4}$
6	$19\frac{1}{5}$	$4\frac{4}{5}$
9	18	6
10	$17\frac{1}{15}$	$6\frac{14}{15}$
11	$16\frac{1}{5}$	$7\frac{4}{5}$
14	$15\frac{3}{16}$	$8\frac{13}{16}$
15	$14\frac{2}{5}$	$9\frac{3}{5}$
18	$13\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$
19	$12\frac{4}{5}$	$11\frac{1}{5}$
22	12	12

கன்னிப்பாலை.

அலகு	அலகுநிற்கும் வீடு	மேருவிலிருந்து
0	24	0
3	$22\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
4	$21\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{3}$
7	20	4
8	$18\frac{26}{27}$	$5\frac{1}{27}$
11	$17\frac{7}{9}$	$6\frac{2}{9}$
12	$16\frac{7}{8}$	$7\frac{1}{8}$
13	16	8
16	15	9
17	$14\frac{2}{9}$	$9\frac{7}{9}$
20	$13\frac{1}{3}$	$10\frac{2}{3}$
21	$12\frac{52}{81}$	$11\frac{29}{81}$
22	12	12

ஒவ்வொரு பாலையிலுமுள்ள அலகுகளை மேருவிலிருந்து சமவி
பன்னிரு வீடுகளிலும் முறையே நிறுத்த அவை நிற்குமிடங்களாவ

வீடு	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
கும்பம்	0	1	2	5	6	9	10	11	14	15	18	19	22
கன்னி	0	3	4	7	8	11	12	13	16	17	20	21	22

இவ்வாறு வைக்கப்பட்ட இடத்திலிருந்து ஒவ்வோரலகும் நின்றன. இறக்கம் எவ்வளவென்று கணித்துக் கொண்டால் வைப்பது எளிதாகின்றது. மேருவிலிருந்து நாம் கணித்துக்கண்ட நிலைகளிலிருந்து மேலே குறித்த வீட்டிலக்கங்களைக் கழித்துப் மிச்சம் இறக்கமாகும். இவ்வாறு கண்ட இறக்கவெண்களை அட்ட படுத்துவாம்.

கும்பம்	1	2	5	6	9	10	11	14	15	18	19
இறக்கம்	$\frac{7}{32}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{14}{15}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$
கன்னி	3	4	7	8	11	12	13	16	17	20	21
இறக்கம்	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	1	$1\frac{1}{27}$	$1\frac{2}{9}$	$1\frac{1}{8}$	1	1	$\frac{7}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{29}{81}$

மேலேகண்ட இறக்க வெண்களை நோக்குமிடத்து நாம் குறிப்பி

7, 9, 13, 16	ஆம்	அலகுகள்	1	வீடு	இறங்குவன
3, 18	,,	,,	$\frac{1}{2}$	,,	,,
5	,,	அலகு	$\frac{3}{4}$	,,	இறங்குவது
4, 20	,,	அலகுகள்	$\frac{2}{3}$	,,	இறங்குவன
19	,,	அலகு	$\frac{1}{5}$	,,	இறங்குவது.
2	,,	,,	$\frac{2}{5}$	,,	,,
15	,,	,,	$\frac{3}{5}$	,,	,,
6, 11 (நட்பு)	,,	அலகுகள்	$\frac{4}{5}$	,,	இறங்குவன.

ஒரு வீட்டிலும் அதிகமாக இறங்கும் அலகுகள் மூன்று 8 ஆம் அலகு $1\frac{1}{27}$, 11 (கிளை) யலகு $1\frac{2}{9}$, 12 ஆம் அலகு $1\frac{1}{8}$.

எஞ்சிநின்ற ஐந்து வீடுகளின் இறக்கவெண்களை எளிதில் அ வைக்கத்தக்க நீர்மையவாகப் பாகுபாடு செய்வாம்.

1 ஆம் அலகின் இறக்கம் $\frac{7}{32} = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$.

10 ,, ,, ,, $\frac{14}{15} = \frac{4}{5} + \frac{2}{15}$.

14 ,, ,, ,, $\frac{13}{16} = \frac{3}{4} + \frac{1}{16}$.

17 ,, ,, ,, $\frac{7}{9} = \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$.

21 ,, ,, ,, $\frac{29}{81} = \frac{1}{3} + \frac{2}{81}$.

இவ்வாறு நாம் பெற்ற முடிபுகள் பின்வரும் உரைச்சூத்திரங்களில் அமைந்து நின்றன.

ஏழொன் பதுபதின்மூன் றெய்தும் பதின்றும்
தாழுமொரு வீடு தனித்தனியே—வீழுமரை
மூன்றெட்டு மூன்றலகு மூன்றி விரண்டுபங்கில்
ஆன்றநான் கைந்நான் கறி.

ஐந்திலொன்று பத்தொன்பான் ஐந்தி லிரண்டிரண்டே
ஐந்தினின்மூன் றைம்மூன் றணையுமே—ஐந்தினிலே
நான்காகும் ஆறும் நவையில்பதி னொன்றுநட்டும்
தோன்றுமுக்கா லேந்தின் தொகை.

முக்கால்வீ சத்திரேழ் முன்னுமரைக் கால்வீசம்
தொக்கஅரை வீசத்திற் றேன்றுமுதல்—மிக்கபத்து
முன்னைந் தினில்நான்கும் மூவைந் தினிலிரண்டும்
பின்னகல மன்னுமெனப் பேசு.

முன்னுமொரு வீட்டின்மேல் மூவொன் பதிவொன்று
பன்னுமெட்டி லொன்றேன் பதிலிரண்டு—மன்னி
இருநான்கு முந்நான்கும் இன்கிளைபன் னொன்றும்
வருதல் இசைநூன் மரபு.

மூன்றி லிரண்டுடனே மும்மூன்றி லொன்றுதள்ளித்
தோன்றும் பதினேழு தோகையே—மூன்றிலொன்றும்
தோற்றுமெண்பத் தொன்றிலிரு தொல்கூறும் தாழ்ந்துவரும்
ஈற்றயலில் நின்ற இசை.

இவ்வாராய்ச்சியின் பெறு பேருகச் சுருதிவீணை யமைக்கும் முறையினைக் கூறப்புகுவாம். முதலிலே இக்காலத்தில் வழங்கப்படும் வீணைக் கருவிக்கு மெட்டு வைக்கும் முறையினை அறிதல்வேண்டும். பன்னிரண்டு சுவரஸ்தானங்களும் ஷட்ஜக்கிராமத்தைக் காட்டுவவாயின், அவை மிதுனப் பாலையிலமைந்து நிற்க வேண்டும். அப்பாலைக்குரிய சுருதிகளாவன :

0 3 4 5 8 9 12 13 16 17 18 21 22

இவை முறையே ஷட்ஜம் 0, சுத்தரிஷபம் 3, சதுசுருதிரிஷபம் 4, சாதாரண காந்தாரம் 5, அந்தரகாந்தாரம் 8, சுத்தமத்திமம் 9, பிரதிமத்திமம் 12, பஞ்சமம் 13, சுத்ததைவதம் 16, சதுசுருதிதைவதம் 17, கைசிகிநிஷாதம் 18, காகலிநிஷாதம் 21 ஆமெனமுன்னர்க் காட்டினும்.

சதுர்த்தண்டிப் பிரகாசிகை நூலாசிரியராகிய வேங்கடமகி சதுசுருதி ரிஷபமுஞ் சதுசுருதிதைவதமுங் கொள்ளாது, பஞ்ச சுருதி ரிஷபமும் பஞ்ச சுருதி தைவதமுங் கற்பித்து, அவை தம்மையே சுத்தகாந்தார சுத்தநிஷாதங் களாகக் கொண்டார். அவர் கற்பித்த சுத்த மேள, மத்யமேள, ரகு நாதேந்திரமேள வீணைகள் இப்பொழுது வழக்கிலில்லை. அவை தனிச் சிறப்புடையன. அவை தம்மை அமைத்தற்குரிய கணித முறைகளை மற்றொரு தருணத்திலே வெளியிடக் கருதி யிருக்கின்றும். இப்பொழுது நாம் ஆராய்ந்து அறியவேண்டியது வழக்கிலிருக்கும் வீணைக்கருவியேயாம். இது நாம் மேலே காட்டிய சுருதிகளையுடையதாயின், நரம்புநீளங்கள் $1, \frac{15}{16}, \frac{8}{9}, \frac{27}{32}, \frac{64}{81}, \frac{3}{4}, \frac{45}{64}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{16}{27}, \frac{9}{16}, \frac{128}{243}, \frac{1}{2}$ என்னும் முறையாக அமைந்து நிற்க வேண்டும். இக்கணக்கு அமையும் வண்ணம் மெட்டுகளை வைப்பதற்கு எளிதான முறையை மேலே குறிப்பிட்டாம். மேருவிலிருந்து தந்தியின் இயக்க நீளத்தை யளந்து அதன் சரிநடுவிலே தாரஷட்ஜ மெட்டினை வைத்துக்கொள்க. மேருவுக்கும் தாரஷட்ஜ மெட்டுக்கு மிடையேயுள்ள தூரத்தினை, அஃதாவது தந்தியின் இயக்க நீளத்தின் சரிபாதியினைப் பன்னிரண்டு சமபங்கு செய்து கொள்க. இவற்றைப் பன்னிரண்டு வீடுகள் என்பாம். வீடுகளின் எல்லையிலே சுருதியெண்களை நிறுத்தி மேலே உரைச்சூத்திரங்களிற் குறிப்பிட்ட இறக்கத்தின் அள வாகத் தாழ்த்தி மெட்டுகளை வைத்துக் கொள்க. 3, 4, 5, 8, 9, 12, 13, 16, 17, 18, 21 என்னுஞ் சுருதிகள் முறையே $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 1\frac{1}{27}, 1, 1\frac{1}{8}, 1, 1, \frac{7}{9}, \frac{1}{2}, \frac{20}{81}$ என்னும் அளவான வீடுகள் தாழ்ந்து நிற்பனவென மேலே காட்டினும். தந்தியின் இயக்க நீளம் ஓர் அடியாஞல் அதிற் பாதியாகிய அரையடி நீளத்திலே மிதுனப்பாலையின் சமவீடுகளும் மெட்டுகளும் அமைந்து நிற்கும் இடங்களை "மிதுனப்பாலை" என்னும் படத்திற்காண்க. மேருவுக்கும் தாரஷட்ஜத்திற்குமிடையிலுள்ள மத்திய ஸ்தாயியின் நரம்பு நீளங்களிலே சரிபாதியே தாரஸ்தாயி நரம்பு நீளங்களென அறிந்து தாரஸ்தாயி மெட்டுகளை வைத்துக்கொள்க.

மிதுனப்பாலைக்குக் கைக்கொண்ட முறைபோலவே மற்றெந்தப் பாலைக்கும் வீணையிலே மெட்டுவைத்துக் கொள்ளலாம்,

கும்பப்பாலை, கன்னிப்பாலையாகிய இரண்டு பாலைகளிலும் இருபத் திரண்டு சுருதிகளும் அமைந்து நின்றனவாதலின், ஓரே அளவான இரண்டு தந்திகளுக்கு ஓரே ஆதார சுருதியாக இசை கூட்டி இருபாலை களுக்கும் தனித்தனி ஏற்பட்ட கணக்கின்படி மெட்டுகளை வைத்தால் எல்லாச்சுருதிகளும் தோற்றுவவென்பது வெளிப்படை. அங்ஙனமாயினும் வீணைத்தண்டத்திலே இருவேறு வகையாக மெட்டுகளமைந்து நிற்பது பொருத்தமாகாது. இனி ஒரு தந்தியிலே எல்லாச் சுருதிகளையும் நிறுத்து வது விரல்வைப்பதற்குச் சாத்தியப் படாததாகும். கன்னி கும்பப்பாலை களுக்கு இடையேயுள்ள இயைபு நமக்கு மற்றொரு வழியைப் புலப்படுத்து கின்றது. இருபாலைக்குமுள்ள சுருதிகளின் நரம்பு நீள விகிதவெண்களை நிரலாக வைத்து நோக்குவோமாக.

கும்பம்	$\frac{243}{256}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{32}{45}$	$\frac{27}{40}$	$\frac{81}{128}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{8}{15}$
கன்னி	$\frac{15}{16}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{20}{27}$	$\frac{45}{64}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{128}{243}$

கும்பப்பாலையின் நரம்புநீள விகிதவெண்கள் ஒவ்வொன்றினையும் பிரமாணசுருதியின் நரம்புநீள விகிதவெண்ணாகிய $\frac{80}{81}$ இனால் தனித்தனி பெருக்கக்கிடைப்பன :

$$\frac{243}{256} \times \frac{80}{81} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{27}{32} \times \frac{80}{81} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{80}{81} = \frac{20}{27}$$

$$\frac{27}{40} \times \frac{80}{81} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{80}{81} = \frac{16}{27}$$

$$\frac{8}{15} \times \frac{80}{81} = \frac{128}{243}$$

$$\frac{9}{10} \times \frac{80}{81} = \frac{8}{9}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{80}{81} = \frac{64}{81}$$

$$\frac{32}{45} \times \frac{80}{81} = \frac{512}{729}$$

$$\frac{81}{128} \times \frac{80}{81} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{9}{16} \times \frac{80}{81} = \frac{5}{9}$$

பெருக்கிப்பெற்ற பேறுகள் கன்னிப்பாலையின் நரம்புநீள விகிதவெண்களாக நிற்கக் காண்கிறோம் ($\frac{45}{64}$, $\frac{512}{729}$ தம்முள் ஒப்பனவென்பதை மேலே காட்டினாம்). அங்ஙனமாதலின், பிரமாணசுருதியை ஏற்றினால் கும்பப் பாலையிலே கன்னிப்பாலை பிறக்குமென்பது தெளிவாகின்றது.

ஆதலினாலே சுருதிவீணையமைப்பதற்கு மெட்டுகளைக் கும்பப்பாலையாக வைக்கவேண்டும். இதற்குரிய நரம்புநீளவிகிதவெண்கள், இறக்கங்கள் என்னுமிவை மேலே தரப்பட்டன. தந்தியின் இயக்கநீளம் ஓர் அடியானால் அதிற் பாதியாகிய அரையடி நீளத்திலே கும்பப்பாலையின் சம வீடுகளும் மெட்டுகளும் அமைந்து நிற்கும் இடங்களைக் "கும்பப்பாலை" என்னும் படத்திற்காண்க. மேருவுக்கும் தாரஷட்ஜத்திற்குமிடையிலுள்ள மத்திய ஸ்தாயீயின் நரம்பு நீளங்களிலே சரிபாதியே தாரஸ்தாயீ நரம்பு நீளங்களெனவறிந்து தாரஸ்தாயீ மெட்டுகளை வைத்துக் கொள்க

மிதுனப்பாலை

வீடு	மெட்டு
0	0
3	3
4	4
5	5
8	8
9	9
12	12
13	13
16	16
17	17
18	18
21	21
22	22

கும்பப்பாலை

வீடு	மெட்டு
0	0
1	1
2	2
5	5
6	6
9	9
10	10
11	11
14	14
15	15
18	18
19	19
22	22

கும்பப்பாலையின்மீது கட்டப்பட்ட எஃகுத் தந்தியை ஆதார ஷட்ஜமாக இசை கூட்டுக. அதன்பின் அதேகனமான மற்றோர் எஃகுத் தந்தியினை மேலே அடுத்துக் கட்டி ஆதாரஷட்ஜத்தின்மேல் பிரமாண சுருதி ஏற்றி இசை கூட்டுக. இது செய்யும் மார்க்கத்தினை விளக்குவாம். கீழே காட்டியிருக்கும் வண்ணமாக இருபாலையிலும் சுருதிகள் நிற்கின்றன.

கன்னி		3	4	7	8	11	12	13	16	17	20	21	
கும்பம்	0	1	2	5	6	9	10	11	14	15	18	19	22

கன்னிப்பாலைத் தந்தியினை 13-ஆம் சுருதி நிற்கும் மெட்டிலே அழுத்திக் கும்பப்பாலையில் நிற்கும் ஷட்ஜத்திற்குப் பஞ்சமம் இசைக்கும்படி செய்க. அப்படிச் செய்தபின் கன்னிப்பாலையின் தந்தி கும்பப்பாலையின் தந்தியினும் பார்க்கப் பிரமாண சுருதி ஏற்றமாக இசை கூடி நிற்கக் காணலாம். இவ்வாறு இசைகூட்டியபின் இரு தந்திகளிலும் எல்லாச் சுருதிகளும் அமைந்து நிற்பன.

"0", "22" கும்பப்பாலையில் இசைக்கப் படுவன வென்பது வெளிப்படை. "11" என்னும் எண்ணுடைய சுருதி கன்னியிலே இளையிற் பிறப்பாகவும், கும்பத்திலே நட்பிற்பிறப்பாகவும் தோன்றி இருவேறு மதிப்புப் பெறுவது. கும்பப்பாலை 11 முதல் கன்னிப்பாலை 11 வரை வாதி சம்வாதியாக இருபத்திரண்டு சுருதிகளும் இசைந்து நிற்பதைக் கீழே காட்டியவண்ணம் இவ்விரண்டாக இசைத்துக் காணலாம். (கும்பம்) 11—2, 2—15, 15—6, 6—19, 19—10, 10—1, 1—14, 14—5, 5—18, 18—9, 9—0, 0—13, 13—4, 4—17, 17—8, 8—21, 21—12, 12—3, 3—16, 16—7, 7—20, 20—11 (கன்னி).

சுருதிகளை ஏற்றபெற்றி எடுத்தலினாலே சுருதிவீணையிலே பன்னிரு பாலையிலே விரும்பிய எந்தப் பாலையினையுங் காட்டலாம்.

மத்தியஸ்தாயியின் நரம்புநீளங்களிற் சரிபாதியே தாரஸ்தாயி நரம்பு நீளங்களெனவறிந்து தாரஸ்தாயி மெட்டுக்களை வைத்துக் கொள்ளலாமென மேலே காட்டினோம். இனி ஒரே கனமான பித்தளைக் கம்பிகள் இரண்டினைக் கட்டி ஒன்றினை மந்தரஷட்ஜமாகவும் மற்றதனை மந்தரஷட்ஜத்தின் மேற் பிரமாண சுருதி ஏற்றமாக நிற்கவும் இசைகூட்டி மந்தரஸ்தாயியிலே இருபத்திரண்டு சுருதிகளையும் பெற்றுக்கொள்க. இவ்வாறு எல்லாச் சுருதிகளும் மந்தரம், மத்திமம், தாரம் என்னும் மூன்று ஸ்தாயிகளிலும் பெறப்பட்டன.

